Bernays Project: Text No. 7

Über Nelsons Stellungnahme in der Philosophie der Mathematik[†] (1928)

On Nelson's position in the philosophy of mathematics

(*Die Naturwissenschaften* 16, S. 142–145)

142a | Im Anschluß an den vorausgehenden Aufsatz von Otto Meyerhof möge noch einiges über Nelsons Bedeutung für die Philosophie der Mathematik ausgeführt werden.

Nelson gehörte zu denjenigen Philosophen, deren Denkweise aus einer Vertrautheit mit dem Geiste der exakten Wissenschaften erwächst. Die Mathematik und die theoretische Physik bildeten für ihn das methodische Vorbild, dem er in der Ausgestaltung seiner philosophischen Gedanken nachstrebte.

142b Die Anforderung strenger Systematik fand er | in vollkommener Weise erfüllt in der mathematischen Axiomatik, insbesondere in derjenigen Form, die ihr Hilbert in den *Grundlagen der Geometrie* gegeben hatte. Und so war es sein Bestreben, dieser Methode der Axiomatik im Bereiche der Philosophie neues Feld zu erobern.

Dabei war Nelson fern von jener unfruchtbaren Art der Nachahmung der Mathematik, wie sie in der vorkantischen Metaphysik herrschend war, beruhend auf dem Glauben, daß man durch logisches Schließen Erkenntnisse aus dem Nichts hervorzaubern könne.

143a | Als Anhänger Kants vertrat er die Lehre von dem *synthetischen Charakter* der mathematischen Erkenntnis; er betonte, daß der Erkenntnisgehalt der Mathematik in ihren Axiomen eingeschlossen sei, und diese galten ihm als der Ausdruck von Erkenntnissen aus *reiner Anschauung*.

In verschiedenen Schriften, insbesondere der Abhandlung „Bemerkungen über die nichteuklidische Geometrie" (1906)[a], wandte er sich gegen die skep-

[†] *Die Naturwissenschaften* 16, S. 142–145

---

[a] *Vide* [**?**].

tischen und die empiristischen Auffassungen, die bezüglich der Geltung der geometrischen Axiome seit der Entdeckung der nichteuklidischen Geometrie unter den Vertretern der Wissenschaft immer mehr Anhang gewonnen haben.

Er zeigt hier, wie diese Ansichten sich ergeben aus dem Festhalten an der alten Aristotelischen Lehre, wonach alle Erkenntnisse entweder in der Sinnlichkeit, als der Quelle der Erfahrung, oder dem Verstande, als der Quelle der Logik, ihren Ursprung haben.

Läßt man diese Disjunktion, die ja an sich nicht zwingend ist, fallen, so behält man die Möglichkeit, außerlogische Notwendigkeiten, insbesondere anschaulicher Art, anzuerkennen, welche in synthetischen Sätzen zum Ausdruck kommen. Was speziell das Parallelenaxiom betrifft, so kann – wenn jene „dogmatische Disjunktion“ preisgegeben wird – aus der logischen Möglichkeit einer nichteuklidischen Geometrie nicht etwa geschlossen werden, daß das Parallelenaxiom keine notwendige Geltung besitzt, vielmehr kann nur der synthetische, d. h. nicht-logische Charakter dieses Axioms gefolgert werden.

Noch weiter ausgeführt wurden diese Gedanken von Nelson in einem Vortrag „Über die Grundlagen der Geometrie“[b], den er im April 1914 in Paris (bei der Gründung der „Société internationale de Philosophie mathématique“) gehalten hat.

Hier stützt Nelson durch eine Reihe von Argumenten seine Behauptung von dem *anschaulichen und zugleich rationalen Charakter der geometrischen Erkenntnis.*

So weist er insbesondere darauf hin, daß die Schwierigkeiten, welche die begriffliche Beschreibung des Kontinuums (der Stetigkeit) bietet, ein deutliches Anzeichen dafür geben, daß hier eine dem Denken von außen her, eben durch die Anschauung, gestellte Aufgabe vorliegt.

Ferner hebt er hervor, daß die typischen geometrischen Irrtümer, wie z. B. diejenigen, welche auf dem Übersehen der Möglichkeit von einseitigen Flächen beruhen, nicht der Anschauung zur Last zu legen sind, sondern aus einer voreiligen begrifflichen Verallgemeinerung anschaulich erfaßter Sachverhalte entspringen.

Des weiteren wendet er sich gegen die Behauptung, daß man die nichteuklidische Räumlichkeit anschaulich erfassen könne. Bei den bekannten räumlichen Darstellungen der nichteuklidischen Geometrie, z. B. durch die Geometrie im Innern einer Kugel mit geeigneter Definition der Kongruenz, ist das, was

[b] *Vide* [**?**].

143b aufgewiesen wird, in der Tat | nicht etwa eine nichteuklidische Räumlichkeit, sondern nur die Erfüllung der nichteuklidischen Gesetzlichkeit durch gewisse Objekte und Beziehungen des euklidischen Raumes.

Wenn dieses Argument heute von vielen nicht anerkannt wird, so hängt das damit zusammen, daß die eigentliche Bedeutung der Worte „Anschauung“ und „anschaulich“ den heutigen Mathematikern und Physikern großenteils abhanden gekommen ist, so daß von Anschaulichkeit meist nur in einem abgeblaßten und verschwommenen Sinne die Rede ist, wonach insbesondere zwischen eigentlichem anschaulichen Vorstellen und bloßer anschaulicher Analogie gar nicht unterschieden wird.

Eine gewichtigere Opposition gegen den Standpunkt Nelsons geht aus von der Auffassung, daß unsere räumliche Anschauung keine vollkommene Schärfe besitzt, daß daher die geometrischen Gesetze nur approximativ durch die Anschauung bestimmt sind und erst durch einen *Idealisierungsprozeß* aus den Daten der Anschauung gewonnen werden.

Gegenüber dieser Behauptung argumentiert Nelson folgendermaßen: Daß die geometrischen Axiome im Verhältnis zu den *Beobachtungstatsachen* eine Idealisierung darstellen, kann nicht bestritten werden. Aber dieser Umstand spricht nur gegen den *empirischen* Charakter der geometrischen Gesetze. Ihr *anschaulicher* Charakter wird dadurch nicht angefochten (es sei denn, daß man wieder jene erwähnte dogmatische Disjunktion zu Grunde legt).

Im Gegenteil: eine Idealisierung setzt ein Ideal voraus. Nur dann, wenn uns ein solches Ideal im Sinne einer erkenntnisartigen Norm gegeben ist, hat die bei der Idealisierung auszuführende Abstraktion ihre eindeutige, von Willkür freie Bestimmtheit, und auch nur dann ist die Beständigkeit der Idealisierung gegenüber den Erweiterungen unseres Erfahrungsbereiches gewährleistet. Somit liefert uns gerade der Gesichtspunkt der Idealisierung einen Hinweis auf die Tatsache der reinen Anschauung, auf Grund deren sich der Idealisierungsprozeß einfach als der Übergang von der Sinnesanschauung zur reinen Anschauung verstehen läßt.

Aus dieser Lehre von der reinen Anschauung als der Norm für die geometrischen Idealisierungen ergibt sich für Nelson die Konsequenz, daß ein grundsätzlicher Unterschied besteht zwischen der geometrischen und der physikalischen Idealisierung: Bei den physikalischen Idealisierungen ist die Anwendbarkeit auf die Wirklichkeit zunächst stets problematisch, da die Annahme eines Limes für den idealisierenden Grenzprozeß einer Rechtfertigung durch die Erfahrung bedarf und durch diese bestenfalls als höchst wahrscheinlich erwiesen werden kann. Dagegen sind uns für die geometrischen

Idealisierungen die Grenzgebilde in der reinen Anschauung gegeben, an deren Leitfaden der geometrische Idealisierungsprozeß sich vollzieht; die Existenz des Limes ist uns also hier unabhängig von der Erfahrung gewiß.

144a | Diese Unabhängigkeit von der Erfahrung ist nicht im Sinne einer bloßen Immanenz aufzufassen, so daß man etwa die apriorische Gültigkeit der Geometrie für die Anschauung von der Gültigkeit für den „wirklichen" (physikalischen) Raum zu unterscheiden hätte. Vielmehr erklärt Nelson – hierin auch ganz Anhänger Kants – ausdrücklich: „Wir kennen nur *einen* Raum. Das ist der Raum, von dem die Geometrie handelt und in dem sich die physischen Körper befinden."[c]

Die Gesetze der Geometrie haben hiernach unmittelbare Verbindlichkeit für die Physik, sie bilden einen Rahmen, an den alle Naturforschung gebunden ist und durch welchen auch die Aufgabe der physikalischen Forschung erst ihre Bestimmtheit erhält. Denn – so führt Nelson aus – macht man die Geometrie selbst zum Gegenstand der experimentellen Kontrolle, so geht damit die Möglichkeit verloren, aus den physikalischen Beobachtungen eindeutige Schlüsse zu ziehen, da man dann bei einer neuen Beobachtung niemals wissen kann, ob sie eine vorher unbekannte Eigenschaft des Raumes oder eine anderweitige physikalische Tatsache zum Ausdruck bringt. Nelson erläutert dies durch folgendes Beispiel: Gesetzt, man hätte zur Zeit, als man glaubte, die Erde sei eine Scheibe, durch Triangulationen festgestellt, daß die Winkelsumme irdischer Dreiecke größer ist als zwei Rechte, so hätte man, gemäß der empirischen Auffassung der Geometrie, aus diesem Ergebnis mit gleichem Recht auf eine nichteuklidische Beschaffenheit des Raumes schließen können wie auf die Kugelgestalt der Erde.

Was hier speziell über die geometrischen Gesetze gesagt ist, erstreckt sich gleichermaßen auf alle diejenigen Gesetze, welche, nach der Kantischen Lehre, der reinen Anschauung entnommen sind, also auch auf die Gesetze der Zeit und der geometrischen Bewegungslehre (der Kinematik).

Durch seine Überzeugung von der apriorischen Verbindlichkeit dieser Gesetze für die physikalische Naturerklärung mußte Nelson in Gegensatz treten zu der neueren Physik, deren kennzeichnendes Moment gerade darin besteht, daß man sich immer mehr losgemacht hat von dem Glauben an die Notwendigkeit der Einordnung aller physikalischen Tatsachen in den Rahmen der a priori feststehenden räumlich-zeitlichen Ordnung und an die damit sich

[c] *Vide* ■ , p. ■ .

ergebende grundsätzliche Sonderstellung der geometrisch-kinematischen Gesetzlichkeit gegenüber den physikalischen Gesetzen.

Diese Wandlung in der methodischen Auffassung der Physik bildet aber nur einen Teil der philosophischen Einwirkung, welche von der neueren Entwicklung der exakten Wissenschaften ausgegangen ist. Ein anderer wichtiger Einfluß rührt her von den Forschungen über die *Grundlagen der Arithmetik.* An der Entwicklung dieser Forschungen hat Nelson lebhaften und auch aktiven Anteil genommen.

Schon mit den Bestrebungen, welche von der *Cantorschen Mengenleh-*
144*b* *re* ausgingen, stand Nelson | durch mehrere Angehörige der von ihm begründeten Neu-Fries'schen Schule, insbesondere durch Gerhard Hessenberg, der ja einer der Führer in der Ausgestaltung der Cantorschen Mengenlehre war, in enger Fühlung.

Eingehend befaßte er sich mit den *Paradoxien der Mengenlehre*, deren erstes Bekanntwerden er miterlebte. Diese Paradoxien hatten für Nelson ein besonderes Interesse wegen ihres Zusammenhanges mit gewissen dialektischen Schlußweisen, deren er sich öfters zur Widerlegung gegnerischer Ansichten bediente – so insbesondere der Aufweisung eines „introjizierten“ Widerspruches, d. h. eines Widerspruches, wie er überall da vorliegt, wo die Annahme der Gültigkeit bzw. der Einsichtigkeit einer aufgestellten allgemeinen Behauptung bereits ein Gegenbeispiel gegen deren Gültigkeit liefert.

Die von Nelson gemeinsam mit Grelling verfaßte Abhandlung „Bemerkungen zu den Paradoxien von Russell und Burali-Forti“[d] beansprucht nicht eine Lösung der Paradoxien zu bringen; sie diente der Präzisierung und Verschärfung der vorgefundenen Problematik – z. B. wurde hier die an das Wort „heterologisch“ sich knüpfende, besonders prägnante Paradoxie zum erstenmal aufgestellt – sowie zur Widerlegung ungenügender Lösungsversuche.

Gegenüber den Bemühungen, die Mathematik durch reine Logik zu begründen, hielt sich Nelson in kritischer Reserve. Dagegen brachte er dem Hilbertschen Unternehmen der Neugründung der Mathematik starkes Interesse und lebhafte Sympathie entgegen. An dieser Art der Grundlegung der Mathematik begrüßte Nelson die Durchführung des methodischen Grundsatzes der *Trennung von Kritik und System*, d. h. die völlige Loslösung des Begründungsverfahrens von dem deduktiv-systematischen Aufbau der Mathematik und die damit verbundene erkenntnistheoretische Unterscheidung

[d] *Vide* [**?**]; the misspelling „Russel“ is that of the original title.

zwischen den eigentlich mathematischen und den durch die Begründung zu erweisenden „metamathematischen“ Tatsachen. Diese Einhelligkeit des Hilbertschen Ansatzes mit den Leitgedanken seiner eigenen, an Fries sich anschließenden kritischen Methodenlehre war für Nelson eine große Genugtuung. Noch kurz vor seinem Lebensende hat er in einem Vortrage[e] die methodische Verwandtschaft der Hilbertschen Grundlegung mit der Fries'schen Vernunftkritik dargelegt.

Es gibt aber noch einen anderen Gesichtspunkt, unter dem die Hilbertsche Begründung der Mathematik in Beziehung steht zu der Philosophie Nelsons: die von Hilbert als methodische Grundlage geforderte „finite Einstellung“ muß erkenntnistheoretisch als eine Art von *reiner Anschauung* charakterisiert werden. Denn sie ist einerseits anschaulich und geht andererseits jedenfalls über das eigentlich Erfahrbare hinaus.

145*a* | Das Erfordernis einer derartigen Erkenntnisgrundlage ist an sich noch unabhängig von der besonderen Art des Hilbertschen Ansatzes; es besteht für eine jede finite Begründung der Mathematik. Für die Hilbertsche Grundlegung ist aber kennzeichnend, daß hier der *finite Standpunkt in Zusammenhang gebracht* wird *mit der axiomatischen Begründung der theoretischen Wissenschaften*. Dadurch stellen sich die Voraussetzungen der finiten Einstellung zugleich als *Bedingungen* dar *für die Möglichkeit theoretischer Naturerkenntnis*, ganz im Sinne der Kantischen Problemstellung.

145*b* Wenn dieser Zusammenhang zum allgemeinen | Bewußtsein gelangt, so wird damit die Möglichkeit gegeben, daß die Grundgedanken der Kantischen Kritik der reinen Vernunft in neuer Ausgestaltung wieder aufleben, losgelöst von den speziellen Formen ihrer zeitlichen Bedingtheit, von deren Bindungen sich die theoretische Wissenschaft befreit hat.

Eine solche methodische Klärung kann jedenfalls auch dazu beitragen, daß das Berechtigte an den heute einseitig mißachteten rationalen Tendenzen wieder zur Geltung kommt, für deren Verfechtung Nelson sich Zeit seines Lebens eingesetzt hat.

[e] *Vide* [**?**].