Bernays Project: Text No. 8

Die Grundbegriffe der reinen Geometrie in ihrem Verhältnis zur Anschauung[†] (1928)

The basic notions of pure geometry and their relation to intuition

(*Die Naturwissenschaften* 16, S. 197–203)

197a | Die Erörterung des Verhältnisses der axiomatischen Geometrie zur Anschauung kann unter sehr verschiedenen Gesichtspunkten und auf Grund verschiedener erkenntnistheoretischer Voraussetzungen geschehen.

Das vorliegende, von R. Strohal unter wesentlicher Mitwirkung von Franz Hillebrand verfaßte Buch will eine bestimmte methodische und erkenntnistheoretische Auffassung von der Geometrie zur Geltung bringen. In der Einleitung wird gesagt, daß die „psychologische Vorgeschichte" der geometrischen Begriffe und Grundsätze den Gegenstand der Untersuchung bilde. Tatsächlich aber zeigt bereits die nähere Entwicklung des Programms, daß es sich hier nicht etwa um Fragen der genetischen Psychologie handelt, sondern um Fragen wie die: in welcher Weise wir bei der Einführung der geometrischen Begriffe auf die Anschauung zu rekurrieren haben, welche Rolle die Anschauung für die Bildung der Grundbegriffe und der zusammengesetzten Begriffe sowie für die Aufstellung der Grundsätze der Geometrie spielt und wie wir danach den Erkenntnischarakter dieser Grundsätze zu beurteilen haben.

197b | Hierbei liegt es auch keineswegs in der Absicht des Verfassers, die Anschauung in möglichst weitgehendem Maße als bestimmend für die Geometrie erscheinen zu lassen.

Strohal will einerseits, wie er eingangs bemerkt, von der Frage der Anwendung auf „unseren Raum" völlig absehen (tatsächlich verhält er sich nicht

[†] *Die Naturwissenschaften* 16, S. 197–203. Review of: *Untersuchungen zur psychologischen Vorgeschichte der Definitionen, Axiome und Postulate*, von Richard Strohal. Leipzig und Berlin: B. G. Teubner 1925. 137 S. und 13 Abbild. 13 x 19 cm. Preis RM 6.40.

ganz so extrem), es handelt sich ihm um die Grundlagen der *reinen* Geometrie. Eine Begründung der Geometrie durch räumliche Erfahrung kommt also für ihn nicht in Betracht. Aber auch eine rationale Begründung durch Berufung auf eine apriorische Evidenz geometrischer Anschauung ist für ihn ausgeschlossen, da er keine andere apriorische Evidenz als die analytische annimmt und der Anschauung keinerlei rationalen Charakter zuerkennt. Eine nähere Erörterung des Begriffes der „Anschauung“ nimmt er nicht vor, sondern legt, sozusagen als selbstverständlich, die – allerdings unter den exakten Forschern auch herrschende – Vorstellung zu Grunde, dergemäß die Anschauung nicht imstande ist, uns vollkommen scharfe Objekte zu geben, noch auch eine Beziehung uns als notwendig darzustellen, so daß danach alle Idealisierungen und alle Einsichten von strenger Allgemeingültigkeit erst auf dem Wege der begrifflichen Abstraktion zustande kommen.

Man sollte nun denken, daß Strohal in Anbetracht seiner erkenntnistheoretischen Einstellung den Standpunkt der Hilbertschen formalen Axiomatik
198*a* als den | seiner Auffassung und seiner Intention entsprechenden begrüßen müßte. In der Tat aber ist er mit dieser heutigen Axiomatik keineswegs einverstanden, sondern wendet sich ausdrücklich gegen sie, insbesondere auch gegen die Hilbertsche Grundlegung der Geometrie.

Was für eine Art der Behandlung der Geometrie Strohal anstrebt, ist schwer mit wenigen Worten in verständlicher Weise zum Ausdruck zu bringen, da bei ihm verschiedenartige Bestrebungen zusammenwirken. Jedenfalls ist der hier vorliegende Versuch eines prinzipiellen Abweichens von dem heutigen Standpunkt der Axiomatik und des Zurückgreifens auf ältere Tendenzen, der beim ersten ungenauen Aufnehmen wohl manchen bestechen kann, beim näheren Betrachten nur geeignet, unseren heutigen Standpunkt in helleres Licht zu setzen und die Motive, aus denen er erwachsen ist, in ihrer Berechtigung besonders deutlich hervortreten zu lassen. Aber gerade unter diesem Gesichtspunkt erscheint es als nicht nutzlos, die Ansichten Strohals in den Hauptpunkten darzulegen und seine Ausführungen einer kritischen Besprechung zu unterziehen.

Besonders eingehend befaßt sich Strohal mit der *Begriffsbildung*. Was hier zunächst die Rolle der Anschauung anbetrifft, so besteht diese nach Strohal in folgendem:

1. werden die Elementarbegriffe durch Abstraktionsprozesse aus der Anschauung gewonnen;

2. dient die Anschauung für die Bildung zusammengesetzter Begriffe (für die „synthetischen Definitionen“) als Anlaß (causa occasionalis), indem sie

die Bildung gewisser begrifflicher Synthesen nahelegt. Dies geschieht in der Weise, daß an Stelle von anschaulichen, d. h. direkt aus der Anschauung entnommenen Begriffen (wie dem anschaulichen Begriff der Geraden oder des Kreises) scharfe Definitionen durch Zusammensetzung von elementaren Begriffen aufgestellt werden, wobei sich übrigens der Umfang eines so gebildeten Begriffes mit dem des entsprechenden anschaulichen nicht vollkommen zu decken braucht.

Zu beachten ist dabei zunächst, daß die Anschauung, von der die Rede ist, keineswegs immer räumliche Anschauung zu sein braucht, z. B. wird nach Strohal der Elementarbegriff der *Kongruenz*, den er in Anlehnung an Bolyai gleichsetzt mit dem der „Ununterscheidbarkeit abgesehen vom Ort“ in der Weise gewonnen, daß zunächst „das anschauliche Gegebensein von ununterschiedenen Qualitäten, Farben, Tönen, Gerüchen und dgl.“ zu einem unscharfen Begriff von Ununterscheidbarkeit (Gleichheit) führt, aus dem dann durch einen Abstraktionsprozeß der strenge Begriff der Ununterscheidbarkeit als Grenzbegriff erhalten wird (S. 71–72).

Wesentlich ist aber vor allem, daß es uns nach der Auffassung Strohals nicht freisteht, irgendeinen aus der Anschauung durch Abstraktion gewonnenen Begriff als Elementarbegriff einzuführen. Er behauptet vielmehr: nur dann darf ein Begriff als Elementarbegriff angesehen werden, „wenn ein Gebilde, das in den Umfang des betreffenden Begriffes fällt, nicht auch durch begriffliche Merkmale gegeben sein kann“, oder in kürzerer Formulierung: „Wo es überhaupt *möglich* ist, einen Begriff explizite zu definieren, dort *muß* man ihn auch definieren.“ Dieses „Kriterium“ ist freilich ganz unbestimmt; denn die Möglichkeit, einen Begriff explizite zu definieren, hängt ja wesentlich von der Wahl der geometrischen Grundsätze ab, und die Aufstellung der Grundsätze richtet sich ja wiederum nach der Wahl der Elementarbegriffe.
198*b* | Auch die Motivierung des Kriteriums ist durchaus unbefriedigend. Strohal macht geltend, daß die Erklärung eines Begriffes es ermöglichen muß, „von einem irgendwie gegebenen Objekt zu entscheiden, ob es dem Umfang des betreffenden Begriffes angehört oder nicht“ (S. 18). Zum Beispiel müssen wir entscheiden können, ob der geometrische Ort aller Punkte, die von zwei festen Punkten A, B gleichweit entfernt sind, unter den Umfang des Begriffes der Geraden fällt; einer solchen Aufgabe, so meint er, stünde man hilflos gegenüber, wenn man den Begriff der Geraden als Grundbegriff betrachtet (S. 19). Strohal bedenkt wiederum nicht, daß die Umfangsbeziehungen zwischen den geometrischen Begriffen erst durch die Grundsätze der Geometrie bestimmt werden und daß diese andererseits es auch ermöglichen können,

einen zusammengesetzten Begriff als umfangsgleich mit einem elementaren Begriff zu erweisen. Mangels einer näheren Begründung sagt er „offenbar".

Trotz der Unbestimmtheit des Kriteriums ist doch die mit ihm verfolgte Bestrebung erkennbar: Die Geometrie soll – nach Art einer philosophischen Wissenschaft – in ihren Begriffsbildungen von der höchsten Allgemeinheit ausgehend auf dem Wege der begrifflichen Synthese zum Besonderen fortschreiten. Als Elementarbegriffe darf sie daher nicht Begriffe von speziellen geometrischen Gebilden, sondern nur solche ganz allgemeinen Charakters zu Grunde legen.

Durch diese methodische Forderung ist Strohal genötigt, von dem bekannten elementaren Aufbau der Geometrie, wie er sich bei Euklid und ähnlich in Hilberts Grundlagen findet, ganz abzugehen. Eine seinem Prinzip entsprechende geometrische Begriffsbildung findet er bei Lobatschefskij und Bolyai. Diesen beiden, vor allem Lobatschefskij, schließt er sich in der Einführung der Elementarbegriffe an. Auf Grund einer ausführlichen Erörterung gelangt er zu folgendem System von Elementarbegriffen:

1. das Räumliche (Raumgebilde);
2. die Berührung (das Aneinandergrenzen);
3. das „In-sich-haben" (Beziehung des Ganzen zum Teil);
4. die Kongruenz (Ununterscheidbarkeit abgesehen vom Ort).

Wir haben es hier, wie ersichtlich, mit einem solchen Aufbau der Geometrie zu tun, bei welchem die *topologischen* Eigenschaften des Raumes vorangestellt werden und hernach die *Metrik* eingeführt wird. Diese Methode des Aufbaues der Geometrie und ihre systematischen Vorzüge sind dem Mathematiker – insbesondere seit den Untersuchungen von Riemann und Helmholtz[1] über die Grundlagen der Geometrie – wohl vertraut. Er wird sich jedoch nicht damit begnügen, diese Art der Begründung allein zur Verfügung zu haben. Insbesondere bietet die übliche elementare Begründungsweise den

[1][1] Der gruppentheoretische Ansatz von Helmholtz, der durch Lie und Hilbert weitergeführt wurde, liegt allerdings (wie aus dem Folgenden hervorgehen wird) nicht in der Richtung der Intention Strohals. Mehr dieser entsprechend ist die von Weyl (im ersten Paragraphen seines Buches *Raum, Zeit, Materie* (*vide* [**?**])) skizzierte „Herleitung der elementaren Raumbegriffe aus dem der Gleichheit".

großen methodischen Vorteil, daß hier die Geometrie, so wie die elementare Zahlentheorie, von der Betrachtung bestimmter, einfacher, leicht faßlicher Objekte ausgeht, und daß man nicht nötig hat, von vornherein gleich den
199a Stetigkeitsbegriff und die Grenzprozesse einzuführen. Überhaupt aber | wird man sich die Freiheit nicht nehmen lassen, je nach dem Gesichtspunkt, unter dem die Geometrie betrieben wird, die Grundbegriffe zu wählen. Allerdings räumt Strohal auch grundsätzlich die Möglichkeit ein, daß andere Systeme als das von ihm angegebene „in anderer Weise unmittelbar an die Anschauung anknüpfen, d. h. andere Elementarbegriffe zu Grunde legen" (S. 63). Tatsächlich werden aber von ihm beinah alle anderen Begründungsarten abgelehnt.

So soll nach seiner Meinung der Begriff der Geraden nicht als Grundbegriff genommen werden[2]. Auch vermeidet er es geflissentlich, den Punkt als Grundelement einzuführen. In seiner Systematik wird der Punkt als die gemeinsame Grenze zweier sich berührender Linien definiert, die Linie ergibt sich entsprechend durch Berührung zweier Flächen und die Fläche durch Berührung zweier Körper.

Die Voranstellung des *Richtungsbegriffes* als Elementarbegriff hält er für ausgeschlossen. Wolle man, so erklärt er, den Richtungsbegriff zur Definition der Geraden verwenden, so sei dies „nur in der Art möglich, daß man den Begriff „gleichgerichtet" als einen nicht weiter rückführbaren Elementarbegriff betrachtet und damit an die Anschauung der „Geradheit" selbst anknüpft. Da nämlich zur Gewinnung dieses Elementarbegriffes keine andere Anschauung verhelfen kann als die einer anschaulichen geraden Linie, so kommt dies darauf hinaus, daß man die Gerade selbst als Elementarbegriff zu betrachten hätte" (S. 56). Demgegenüber ist zu bemerken, daß die Unterscheidung der Richtungen von einem Punkt aus unabhängig von der Vorstellung der Geradheit durch die Betrachtung der verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes sowie durch die mit unseren Bewegungsimpulsen verknüpften Richtungsvorstellungen anschaulich gewonnen werden kann. Und was ferner die Vergleichung der von *verschiedenen* Punkten ausgehenden Richtungen betrifft, so müßte Strohal deren synthetische Einführung durch die Verbindung des Richtungsbegriffes mit dem Begriff der „Ununterscheidbarkeit" gemäß seinen methodischen Grundsätzen anerkennen, da er ja zur Vergleichung der Längen

[2][1] Übrigens denkt Strohal nur an die Gerade als Raumgebilde oder an die Geradheit als Eigenschaft einer Linie. Die Möglichkeit, die Kollinearität als Beziehung zwischen *drei* Punkten einzuführen, wird von ihm gar nicht in Betracht gezogen.

von örtlich getrennten Strecken auf eine ganz entsprechende Weise gelangt. Daß in der Tat die Vergleichbarkeit getrennter Strecken a priori um nichts verständlicher ist als die Vergleichbarkeit der von verschiedenen Punkten ausgehenden Richtungen, ist insbesondere in neuerer Zeit durch die von Weyl entdeckte reine Nahegeometrie ganz klargestellt worden. Strohal wiederholt hier nur ein altes Vorurteil. Auch die Charakterisierung der Kongruenzbeziehung mit Hilfe des Begriffes der *starren Bewegung* wird von Strohal als ein zirkelhaftes Verfahren abgelehnt. „Der Begriff des starren Körpers, der in diesem Zusammenhange auftritt, kann wiederum nicht anders erklärt werden als dadurch, daß man die Kongruenz der verschiedenen Lagen dieses Körpers voraussetzt. Will man aber den starren Körper als Elementarbegriff auffassen, so findet man, daß zu seiner Gewinnung keine anderen Anschauungen verhelfen können als jene, die uns den Begriff der Kongruenz selbst liefern, so daß der Umweg über den Begriff des starren Körpers jeden Sinn verliert“ (S. 17–18). Diese Argumentation wäre nur dann berechtigt, wenn der Begriff
199*b* des starren Körpers als ein gewöhnlicher Gattungsbegriff gebildet wer|den müßte in der Weise etwa, daß man von der empirischen Vorstellung des festen Körpers ausgehend durch Abstraktion zu dem Begriff des vollkommen starren Körpers gelangt. Tatsächlich kann aber an Stelle dieses Abstraktionsprozesses ein ganz anderer vorgenommen werden, der darin besteht, daß man die an den festen Körpern gefundenen anschaulichen Tatsachen, betreffend die Arten der Bewegungsfreiheit und die Koinzidenzen, durch Abstraktion zu einer strengen Gesetzlichkeit verschärft und mit Bezug auf diese *Gesetzlichkeit* den geometrischen Begriff des starren Körpers bildet. In der mathematischen Fassung kommt diese Art der Begriffsbildung dadurch zur Geltung, daß man von vornherein die starren Bewegungen nicht einzeln, sondern die *Gruppe der starren Bewegungen* betrachtet. Auf diesen von Helmholtz herrührenden Gedanken, der für eine ganze Richtung der geometrischen Forschung bahnbrechend war und angesichts der Relativitätstheorie eine erhöhte Aktualität erlangt hat, geht Strohal mit keinem Worte ein.

Wenn nun so viele der von der Mathematik eingeschlagenen Wege zum Aufbau der Geometrie ausgeschaltet werden, so könnte man erwarten, daß die von Strohal so entschieden bevorzugte Begründungsweise uns als ein Muster der Methodik vorgeführt würde. Tatsächlich sind aber die Betrachtungen, durch welche Strohal, in Anlehnung an Lobatschefskij, die Methode darlegt, wie man von den Elementarbegriffen des Räumlichen, der Berührung und des In-sich-habens zur Unterscheidung der Dimensionen und zu den Begriffen Fläche, Linie, Punkt gelangt, von der Präzision, wie wir sie heute bei der Behandlung solcher topologischer Fragen gewöhnt sind, sehr weit entfernt; man kann an Hand dieser Ausführungen gar nicht feststellen, ob es überhaupt möglich ist, mit jenen drei Elementarbegriffen für die topologische Charakterisierung des Raumes auszukommen. –

Bisher haben wir nur den Teil der Ausführungen Strohals in Betracht gezogen, der von der geometrischen *Begriffsbildung* handelt. Der Standpunkt Strohals wird aber erst wirklich deutlich an seiner Auffassung von den *Grundsätzen* der Geometrie. Wesentlich für diese Auffassung ist, daß Strohal festhält an der Trennung der *κοιναὶ ἔννοιαι* (communes animi conceptiones) von den *αιτήματα* (postulata), wie sie sich in Euklids *Elementen* findet. Diese Unterscheidung erachtet Strohal als grundsätzlich bedeutsam, und er sieht in dem Abgehen von dieser einen wesentlichen Mangel der neueren Begründungen der Geometrie.

Hierzu ist zunächst zu bemerken, daß das Abweichen von Euklid in diesem Punkte nicht etwa aus bloßer Nachlässigkeit, sondern mit voller Absicht geschehen ist. Euklid stellt den *spezifisch geometrischen* Postulaten die unter dem Titel *κοιναὶ ἔννοιαι* zusammengefaßten Sätze der *Größenlehre* voran, als Sätze von höherer als geometrischer Allgemeinheit, welche auf die Geometrie *angewendet* werden sollen.

Die Art der Anwendung gibt aber Anlaß zu grundsätzlichen Einwänden, indem die Unterordnung der geometrischen Beziehungen unter die in den *κοιναὶ ἔννοιαι* auftretenden Begriffe verschiedentlich stillschweigend vorausgesetzt wird in Fällen, wo die Möglichkeit einer solchen Unterordnung ein keineswegs selbstverständliches geometrisches Gesetz darstellt.

Insbesondere hat in diesem Sinne Hilbert Kritik geübt an der Anwendung, die Euklid in der Lehre vom Flächeninhalt der ebenen Figuren von dem Grundsatz macht, daß das Ganze größer ist als der Teil, – eine Anwendung,
200*a* die nur dann gerechtfertigt wäre, wenn | man ohne weiteres voraussetzen dürfte, daß jeder geradlinig begrenzten ebenen Figur eindeutig eine *positive Größe* als ihr Flächeninhalt zugeordnet werden kann (derart, daß kongruente Figuren denselben Inhalt haben und beim Aneinandersetzen von Flächen die Inhalte sich addieren)[3].

An der Betrachtung eines derartigen Falles erkennt man, daß bei der Anwendung der *κοιναὶ ἔννοιαι* der wesentliche Punkt immer in den Be-

[3][1] Daß in der Tat diese Voraussetzung nicht immer erfüllt zu sein braucht, hat Hilbert an Hand der Konstruktion einer speziellen „nichtarchimedischen“ und „nichtpythagoräischen“ Geometrie gezeigt.

dingungen der Anwendbarkeit liegt. Wenn diese Bedingungen als zutreffend erkannt sind, so wird die Anwendung des betreffenden Grundsatzes meist ganz überflüssig, ja mitunter gehört der durch Anwendung des allgemeinen Grundsatzes zu beweisende Satz selbst zu jenen Bedingungen der Anwendbarkeit.

Die Voranstellung der *κοιναὶ ἔννοιαι* erscheint somit als eine dauernde Versuchung zu logischen Fehlern und eher geeignet, den wahren geometrischen Sachverhalt zu verschleiern als ihn klarzustellen, und man ist deshalb von diesem Verfahren ganz abgekommen.

Strohal scheint von diesen Gedankengängen nichts zu wissen; jedenfalls geht er auf die Hilbertsche Kritik mit keiner Silbe ein. Er will die Trennung der beiden Arten von Grundsätzen von neuem zur Geltung bringen. Insbesondere erscheint ihm diese schon deshalb als erforderlich, weil nach seiner Ansicht die *κοιναὶ ἔννοιαι* einen ganz anderen Erkenntnischarakter besitzen als die Postulate, nämlich den von evidenten analytischen Sätzen, während die Postulate überhaupt nicht den Ausdruck einer Erkenntnis bilden, sondern uns nur *nahegelegt* werden durch gewisse Erfahrungen.

Strohal bezeichnet deshalb die *κοιναὶ ἔννοιαι* als die „eigentlichen Axiome". Er sieht einen besonderen Erfolg seiner Theorie der geometrischen Begriffsbildung darin, daß sie den analytischen Charakter der *κοιναὶ ἔννοιαι* begreiflich mache. Diese Begreiflichkeit findet er darin, daß diese Axiome, als Sätze über je eine Elementarrelation, den Sinn einer *Anweisung* haben, aus welchen Relationsanschauungen man den Elementarbegriff abstrahieren muß, „um eben das betreffende Axiom zu einem identischen Satz zu machen" (S. 70). Diese Charakterisierung besagt, daß die betrachteten Axiome auf Grund der inhaltlichen Auffassung der Elementarbegriffe logische Identitäten darstellen.

Es erscheint merkwürdig, daß solche geometrisch nichtssagenden Sätze als „eigentliche Axiome" der Geometrie angesehen werden sollen, und man fragt sich ferner, wozu überhaupt diese Sätze eigens als Grundsätze aufgestellt zu werden brauchen, nachdem doch die Elementarbegriffe inhaltlich eingeführt sind.

Zum Beispiel wird als eines von diesen Axiomen der Satz genannt, daß wenn a von b und b von c ununterscheidbar ist, auch a von c ununterscheidbar ist. Dieser Satz ist auf Grund der Bedeutung der „Ununterscheidbarkeit" eine Folge des rein logischen Satzes: wenn zwei Dinge a, b sich in Hinsicht auf das Zutreffen oder Nichtzutreffen eines Prädikates P gleich verhalten und ebenso b, c sich hierin gleich verhalten, dann verhalten auch a und c sich darin gleich.

Wir stehen hier vor folgender Alternative: entweder der Begriff „ununterscheidbar“ wird in seiner inhaltlichen Bedeutung verwendet, dann haben wir einen rein logisch einzusehenden Satz vor uns, und es besteht kein Grund, einen solchen Satz als Axiom aufzuführen, da wir doch in der Geometrie
200*b* die Gesetze der Logik | ohnehin als selbstverständliche Grundlage betrachten. Oder aber der Begriff „ununterscheidbar“ und ebenso die anderen Elementarbegriffe werden gar nicht inhaltlich angewendet, sondern es werden zunächst nur Begriffs*namen* eingeführt, über deren Bedeutung die Axiome gewisse *Anweisungen* geben. Dann befinden wir uns auf dem Standpunkt der formalen Axiomatik, und die *κοιναὶ ἔννοιαι* sind dann nichts anderes, als was man nach Hilbert *implizite Definitionen* nennt.

Daß dies auch tatsächlich die Auffassung Strohals ist – der sich freilich sorgsam hütet, den Terminus „implizite Definition“ irgendeinmal zu gebrauchen –, dafür sprechen die Stellen, an denen er hervorhebt, daß die *κοιναὶ ἔννοιαι* keine „wirkliche Definition“ bzw. keine „explizite Definition“ einer Elementarrelation liefern (S. 68 und 72).

Von diesem Standpunkt ist es aber nicht angängig, den in Rede stehenden Axiomen den Charakter der *Evidenz* zuzuschreiben. Sie stellen dann einfach *formale Anforderungen* an gewisse, zunächst unbestimmte Relationen dar, und es besteht dann auch keine prinzipielle Nötigung, diese Axiome von den „Postulaten“ abzusondern.

Also entweder ist überhaupt die Aufstellung der Axiome, welche nach Strohal die Rolle der *κοιναὶ ἔννοιαι* haben, überflüssig, oder die Absonderung dieser Axiome als analytisch evidenter Sätze von den übrigen Grundsätzen ist unberechtigt.

Außerdem aber finden wir in der Anwendung dieser Axiome bei Strohal dieselben Übelstände wieder, durch welche bereits die Euklidischen *κοιναὶ ἔννοιαι* in Mißkredit kamen: die Formulierung dieser Sätze, welche leicht mit geometrisch gehaltvollen Sätzen verwechselt wird, verführt zu logischen Fehlern, und solche werden auch wirklich begangen.

Zwei Fälle sind besonders charakteristisch, 1. Als Beispiel eines eigentlichen Axioms wird der Satz angeführt[4], daß bei einem „Schnitt“, d. h. bei der Berührung zweier aneinandergrenzender Teile eines Körpers (Raumgebildes) immer *zwei Seiten des Schnittes* zu unterscheiden sind (S. 64). Dieser Satz ist allerdings tautologisch, denn da als „Seiten“ des Schnittes die

4[1] Bei diesem Beispiel knüpft Strohal an Betrachtungen von Lobatschefskij an.

beiden aneinandergrenzenden Teile bezeichnet werden (S. 23), so besagt er nichts anderes, als daß, wenn zwei Teile eines Körpers einander berühren (aneinandergrenzen), zwei aneinandergrenzende Teile zu unterscheiden sind. Dieser Satz ist aber auch für die Geometrie ganz belanglos. Er scheint aber etwas geometrisch Bedeutsames zu besagen, weil man bei dem Wortlaut an einen anderen Satz denkt, der eine topologische Eigenschaft des Raumes zum Ausdruck bringt. Daß auch Strohal selbst vor Verwechslungen ähnlicher Art nicht sicher ist, zeigt folgendes Versehen. Er wirft (anläßlich der Erörterung des Kongruenzbegriffes) folgende Frage auf: „Ist es möglich, zwei Körper zu finden, die durch eine stetige Folge solcher Körper verbunden sind, welche eine und dieselbe Fläche gemeinsam haben, sich also alle in *einer* Fläche berühren?“ „Diese Frage“, so fährt er fort, „ist zu verneinen, denn aus der Erklärung der Fläche geht hervor, daß sich nur *zwei* Körper in einer und derselben Fläche berühren“ (S. 42–43).

2. Das berühmte Axiom: „Das Ganze ist größer als der Teil“, welches, wie erwähnt, für Euklid zur Quelle eines Fehlers wurde, wird von Strohal folgendermaßen gedeutet: Das Axiom weist auf einen Elementarbegriff „größer“
201*a* hin, „der durch Abstraktion an einem | zerteilten Körper gewonnen ist“. Der Abstraktionsvorgang ist dadurch charakterisiert, „daß jene Relation betrachtet wird, die zwischen der Gesamtheit aller Teilkörper (dem *Ganzen*) und einem von ihnen (dem *Teil*) besteht. Für den so gewonnenen Begriff ‚größer‘ ist der Satz ‚Totum parte maius est‘ ein identischer“ (S. 71). Wir wollen hier davon absehen, daß in dieser Deutung das „Ganze“ fälschlich mit der Gesamtheit aller Teilkörper identifiziert wird. Jedenfalls geht aus der Interpretation hervor, daß danach die Aussage „a ist größer als b“ nur ein anderer Ausdruck dafür ist, daß b ein Teil von a ist. Wir haben also wieder eine vollkommene Tautologie, aus der man für die Geometrie nichts entnehmen kann; insbesondere ist es unmöglich, daraus den Satz zu folgern, daß ein Körper nicht einem seiner Teile kongruent sein kann, – was auch daraus hervorgeht, daß dieser Satz überhaupt nur unter bestimmten Einschränkungen allgemein gültig ist. (Zum Beispiel kann ja ein Halbstrahl durch kongruente Verschiebung in einen Teil, ebenso ein räumlicher Oktant durch kongruente Verschiebung in einen Teiloktanten übergehen.)

Tatsächlich müßte aber Strohal diesen Satz in irgendeiner Fassung für die Theorie der Kongruenz – die er freilich in dieser Hinsicht gar nicht ausführt – zur Verfügung haben. Denn sonst wäre gar nicht ausgemacht, ob nicht die „Ununterscheidbarkeit abgesehen vom Orte“ lediglich *topologische Gleichheit* bedeutete. In der Tat gehören ja in dem von Strohal zu Grunde gelegten Begriffssystem die ersten drei Elementarbegriffe: Raumgebilde, Berührung, Insich-haben, alle dem Bereich der topologischen Bestimmungen an, und durch den Kongruenzbegriff wird erst die *Metrik* in die Geometrie eingeführt. Der Begriff der Kongruenz muß also außer dem Momente der Übereinstimmung auch ein *neues Unterscheidungsmerkmal* enthalten. In dem Begriff der Ununterscheidbarkeit abgesehen vom Ort[5] ist aber ein solches Unterscheidungsmerkmal an sich nicht gegeben; dazu bedarf es noch eines Grundsatzes, zufolge dessen gewisse Gebilde, die zunächst nur als lagenmäßig, nicht aber topologisch verschieden bestimmt sind, auch *abgesehen vom Ort als unterscheidbar* erkannt werden können. Mit anderen Worten: es kommt darauf an, den *Größenunterschied* einzuführen. Hierzu müßte uns eigentlich der Grundsatz, daß das Ganze größer ist als der Teil, verhelfen. Das ist aber nicht möglich, wenn wir den Satz so deuten, wie Strohal es tut; denn aus dieser Deutung kann nicht entnommen werden, daß ein Gebilde a, welches größer als b ist, von diesem, auch abgesehen vom Orte, *unterscheidbar* ist.

Auf diesen Umstand hat wohl Strohal nicht geachtet; denn sonst wäre es ihm wohl aufgefallen, daß sein Begriff der Ununterscheidbarkeit abgesehen vom Ort noch gar nicht die geometrische Kongruenz liefert. Wir finden also hier eine ganz entsprechende Lücke wie in Euklids Lehre vom Flächeninhalt.

Das Ergebnis dieser Betrachtung ist, daß die Methode der Voranstellung der *κοιναὶ ἔννοιαι* durch die modifizierte Deutung, die ihr Strohal gibt, nur noch anfechtbarer wird und jedenfalls nicht als ein nachahmenswertes Vorbild erscheint.

Zugleich hat uns Strohals Charakterisierung dieser Axiome zu der Vermutung geführt, daß er die inhaltliche Auffassung der Elementarbegriffe in-
201*b* nerhalb der Geo|metrie selbst gar nicht beibehält, bzw. von ihr für die geometrischen Beweise keinen Gebrauch macht. In dieser Vermutung werden wir bestärkt durch das, was Strohal über die *Postulate* der Geometrie ausführt.

Zur Aufstellung der Postulate sind wir nach Strohal weder durch die Anschauung noch durch logische Gründe *gezwungen*, „sondern durch gewisse Erfahrungen veranlaßt“ (S. 91). Für die reine Geometrie haben sie die Bedeutung von Festsetzungen; sie sind „Definitionsmittel für den geometrischen Raum, ihre Gesamtheit bildet die Definition des geometrischen Raumes“ (S. 103). Inhaltlich werden sie charakterisiert als „Ausschließungen gewisser

[5][1] Der „Ort“ eines Körpers ist nach der Definition, die Strohal von Lobatschefskij, mit einer gewissen Abänderung, übernimmt (S. 24 und 93), gleichbedeutend mit der Begrenzung des Körpers.

a priori möglicher Kombinationen von Elementarbegriffen“ (S. 103).

Der Sinn dieser Charakterisierung ergibt sich aus der Auffassung, die Strohal von der deduktiven Entwicklung der Geometrie hat. Diese geschieht nach Strohal auf dem Wege einer fortschreitenden Kombination von Merkmalen, d. h. durch Bildung synthetischer Definitionen. Bei der Bildung der ersten Synthesen ist man nur an diejenigen Beschränkungen gebunden, die sich aus den *κοιναὶ ἔννοιαι* ergeben. „Im übrigen kann man bei der Kombination der Elementarbegriffe ganz willkürlich vorgehen“, d. h. die Entscheidung, „ob man die Vereinigung bestimmter Elementarbegriffe zu einer Synthese vornehmen oder sie ausschließen will“, ist durch Motive veranlaßt, „die außerhalb der reinen Geometrie liegen“. „Indem man aber willkürlich das Bestehen einer bestimmten Kombination ausschließt, führt man einen Satz in die Geometrie ein, der für weitere Synthesen als Norm zu gelten hat. Derartige Sätze heißen Forderungen, *αιτήματα*, Postulate.“ „Bei der Bildung höherer Synthesen“ muß man zeigen, daß diese „nicht in Widerspruch mit bereits aufgestellten Postulaten stehen. Man muß, wie man kurz sagt, für das definierte Gebilde die *Möglichkeit*, die *Existenz* nachweisen. Existenz und Möglichkeit bedeuten hier dasselbe und heißen nichts anderes als *Widerspruchslosigkeit* mit den Postulaten“ (S. 98–99 und S. 102). An dieser Beschreibung des geometrischen Verfahrens fällt vor allem auf, daß hier, im Unterschied von allen bekannten Arten geometrischer Axiomatik, den Postulaten nur ein *negativer* Inhalt, nämlich der der Ausschließung von Möglichkeiten zugeschrieben wird, während alle geometrischen Existenzsätze bloß als Aussagen über Widerspruchslosigkeit gedeutet werden.

Diese Auffassung Strohals entspricht seiner philosophischen Schulrichtung, zu der als wesentlicher Bestand Brentanos Lehre vom Urteil gehört. Nach dieser sind alle allgemeinen Urteile negative Existentialurteile, von dem Inhalt, daß eine Urteilsmaterie (eine Kombination von Vorstellungsinhalten) verworfen (ausgeschlossen) wird.

In der Tat läßt sich jedes allgemeine Urteil auf diese logische Form bringen. Durch die Herstellung einer solchen Normalform wird aber das existentiale Moment nicht beseitigt, sondern nur in die Bildung der Urteilsmaterien verlegt.

So gelingt es auch in der Geometrie nicht, die Existenzbehauptungen gänzlich auszuschalten bzw. sie auf Behauptungen über Widerspruchslosigkeit zu reduzieren. Man kann nur durch doppelte Anwendung der Negation eine Existenzbehauptung verstecken. In dieser Weise verfährt z. B. Strohal, wenn er von einem *αιτημα* spricht, welches die Annahme ausschließt, „daß

etwa irgendein mal bei der Teilung des geometrischen Körpers Kongruenz von Teilen nicht auftreten kann" (S. 93). Ein ebensolches Beispiel finden
202a wir bei seiner Besprechung des Dedekindschen Stetig|keitsaxioms. Nachdem er von den Zerlegungen einer Strecke AB, welche die Schnitteigenschaft besitzen, und ferner von der Erzeugung eines Schnittes durch einen Punkt C gesprochen hat, fährt er fort: „Indem ich nun die Möglichkeit einer derartigen Zerlegung irgendeiner Strecke AB, bei der sich ein solcher Punkt C *nicht* fände, *ausschließe*, spreche ich das $\alpha\iota\tau\eta\mu\alpha$ der Stetigkeit für die Strecke aus" (S. 113). Ob man von „Auftreten", „sich Finden" oder „Existenz" spricht, kommt auf dasselbe hinaus. Und jedenfalls ist hier, wo es sich um die Aufstellung von Postulaten handelt, die Deutung der Existenz im Sinne der Widerspruchslosigkeit mit den Postulaten nicht angängig. Die Gleichsetzung von Existenz und Widerspruchslosigkeit ist in zweierlei Sinn berechtigt: erstens mit Bezug auf den geometrischen Raum, dessen Existenz in der Tat nur in der Widerspruchslosigkeit der ihn definierenden Postulate besteht, zweitens auch mit Bezug auf die geometrischen Gebilde, jedoch nur unter der Bedingung der *Vollständigkeit des Systems der Postulate*.

Wenn das System der Postulate vollständig ist, d. h. wenn durch die Postulate bereits für jede Kombination (jede Synthese) von Elementarbegriffen entschieden wird, ob sie zugelassen oder ausgeschlossen ist, dann fällt allerdings die Möglichkeit (Widerspruchslosigkeit) eines Gebildes mit seiner Existenz zusammen.

Solange man sich aber noch auf dem Wege zur Gewinnung eines Postulatensystems, d. h. zur schrittweisen Bestimmung des geometrischen Raumes befindet, muß man zwischen Existenz und Widerspruchslosigkeit unterscheiden. Aus dem Nachweis der Widerspruchslosigkeit einer Synthese folgt ja dann nur, daß diese mit den *bisher eingeführten* Postulaten im Einklang steht; es könnte uns dennoch freistehen, diese Synthese durch ein weiteres Postulat auszuschließen. Ein *Existenzbeweis* dagegen besagt, daß wir durch die bisherigen Postulate bereits logisch *genötigt* sind, die betreffende Synthese zuzulassen.

Nehmen wir als Beispiel die „absolute Geometrie", welche aus der gewöhnlichen Geometrie durch Weglassung des Parallelen-Axioms entsteht. In dieser kann, ohne Widerspruch mit den Postulaten, ein Dreieck mit der Winkelsumme von einem Rechten angenommen werden; wollten wir hier Widerspruchslosigkeit mit Existenz gleichsetzen, so hätten wir den Satz: „Es existiert in der absoluten Geometrie ein Dreieck mit der Winkelsumme von einem Rechten." Dann müßte aber gleichermaßen der Satz gelten: „Es existiert in der absoluten Geometrie ein Dreieck mit der Winkelsumme von zwei Rechten.“ Demnach müßte in der absoluten Geometrie sowohl ein Dreieck mit der Winkelsumme von einem Rechten wie auch ein solches mit der Winkelsumme von zwei Rechten existieren. Diese Konsequenz widerspricht aber einem von Legendre bewiesenen Satz, wonach in der absoluten Geometrie aus dem Vorhandensein eines Dreiecks mit der Winkelsumme von zwei Rechten folgt, daß *jedes* Dreieck diese Winkelsumme hat.

Um also, wie es Strohal will, die Existenz der geometrischen Gebilde durch die Widerspruchslosigkeit mit den Postulaten charakterisieren zu können, muß man ein *vollständiges* System von Postulaten haben, bei welchem keine Entscheidung über die Zulassung einer Synthese mehr offensteht. Dieses Erfordernis der Vollständigkeit wird von Strohal nirgends erwähnt, und es geht auch aus seiner Schilderung des fortschreitenden Verfahrens der Bildung und Ausschließung von Synthesen gar nicht hervor, daß man auf diesem Wege überhaupt zum Abschluß gelangt.

202*b* | Abgesehen aber von all diesen Einwendungen, welche sich auf die besondere Art der Charakterisierung der Postulate und des fortschreitenden Verfahrens ihrer Gewinnung beziehen, ist vor allem zu bemerken, daß gemäß der Beschreibung, wie sie Strohal hier in dem Abschnitte über die Postulate von der Geometrie gibt, diese sich als reine Begriffskombinatorik herausstellt, – wie sie auch in der formalen Axiomatik nicht extremer durchgeführt werden kann: es werden Kombinationen der Elementarbegriffe durchprobiert; der Inhalt dieser Begriffe wird dabei gar nicht berücksichtigt, sondern nur gewisse diesen Inhalt vertretende Axiome, welche als erste Spielregeln fungieren. Ferner werden durch willkürliche Festsetzungen gewisse Kombinationen ausgeschlossen, und man sieht nun zu, was als möglich übrigbleibt.

Hier wird die Loslösung von der inhaltlichen Begriffsbildung ganz im selben Maße wie in der Hilbertschen Axiomatik vollzogen; die anfängliche inhaltliche Einführung der Elementarbegriffe kommt innerhalb dieser Entwicklung gar nicht zur Geltung; sie ist sozusagen eliminiert mit Hilfe der *κοιναὶ ἔννοιαι*.

Wir haben also hier – ähnlich wie in Euklids Begründung der Geometrie – den Sachverhalt, daß die inhaltliche Festlegung der Grundbegriffe gänzlich leerläuft, d. h. gerade denjenigen Sachverhalt, um dessentwillen man in der neueren Axiomatik der Geometrie von der inhaltlichen Fassung der Elementarbegriffe abgesehen hat.

Bei der Euklidischen Grundlegung ist aber die Sachlage insofern anders, als hier die Postulate noch in durchaus anschaulichem Sinn gefaßt werden.

Besonders an den drei ersten Postulaten ist die enge Anlehnung an das geometrische Zeichnen ersichtlich. Die hier geforderten Konstruktionen sind ja nichts anderes als Idealisierungen zeichnerischer Prozesse. Diese inhaltliche Fassung der Postulate läßt diejenige Deutung zu, wonach die Postulate positive Existenzbehauptungen über anschaulich ersichtliche Möglichkeiten sind, die auf Grund des anschaulichen Inhaltes der Elementarbegriffe ihre Verifikation erhalten. Ein solcher Standpunkt *inhaltlicher Axiomatik* kommt für Strohal nicht in Betracht, da dieser eine anschaulich einsichtige Verifikation der Postulate für ausgeschlossen hält und daher den Postulaten nur den Charakter von Festsetzungen zuerkennen kann.

So endet Strohals Entwurf der geometrischen Axiomatik in einem Zwiespalt zwischen der anschaulichen Einführung der Begriffe und der ganz unanschaulichen Art, nach der das geometrische Lehrgebäude als reine Begriffswissenschaft, ausgehend von der durch die Postulate gegebenen Definition des geometrischen Raumes, entwickelt werden soll, – eine Diskrepanz, welche durch die zweifache Rolle der *κοιναὶ έννοιαι*, einerseits als analytisch einsichtiger Sätze, andererseits als erster beschränkender Bedingungen für die Begriffssynthesen, nur notdürftig verdeckt wird.

Angesichts dieses unbefriedigenden Ergebnisses fragt man sich, was denn Strohal für Gründe hat, den einfachen und konsequenten Standpunkt der Hilbertschen Axiomatik abzulehnen. Diese Frage ist um so mehr angebracht, als Strohal sehr wohl die Gründe kennt, die zu dem Hilbertschen Standpunkt hinleiten. So sagt er selbst: „Die Anschauungen, welche die causa occasionalis zur Bildung der Synthesen darstellen, gehen ... nicht in dem Sinne in die Geometrie ein, daß man unmittelbar durch Berufung auf die Anschauung einen Satz als richtig erweisen könnte“; ferner kurz darauf: „Sobald die Axio-
203*a* me“ – Strohal meint hier nur die *κοιναὶ έννοιαι* – „formuliert sind, | hat die besondere Art der Elementarbegriffe keinen Einfluß mehr auf den Gang der geometrischen Deduktion“ (S. 132–133).

In der Tat hat auch Strohal in seiner Polemik gegen die Hilbertsche Grundlegung der Geometrie, die sich im Schlußabschnitt seines Buches findet, nichts objektiv Stichhaltiges vorzubringen.

Sein Hauptargument ist hier, daß durch die Hilbertsche Auffassung der Axiomatik das inhaltliche Element nur auf die formalen Eigenschaften der Grundrelationen, also auf Relationen höherer Ordnung *zurückgeschoben* werde. Die in den Axiomen ausgedrückten formalen Anforderungen an die Grundrelationen seien doch ihrerseits inhaltlich aufzufassen und die hierzu erforderlichen inhaltlichen Vorstellungen könnten wiederum nur durch Abstraktion an entsprechenden Relationsanschauungen gewonnen werden. Man sei also doch hinsichtlich der höheren Relationen, die in den geforderten Eigenschaften der geometrischen Grundrelationen bestehen, „bei der Berufung auf die Anschauung angelangt, was ja gerade von der Axiomatik vermieden werden will" (S. 129).

Diese Argumentation geht an dem wesentlichen Punkt vorbei. Was durch die Hilbertsche Axiomatik vermieden werden soll, ist die Berufung auf die *Raumanschauung*.

Der Sinn dieser Methode ist, daß an anschaulichem Inhalt nur dasjenige beibehalten wird, was *wesentlich* in die geometrischen Beweise *eingeht*. Durch die Erfüllung dieser Forderung machen wir uns von dem speziellen Vorstellungsbereich des Sachgebietes der Räumlichkeit los, und was wir an inhaltlicher Vorstellung benutzen, ist nur jene primitive Art von Anschauung, welche die elementaren Formen der Zusammensetzung diskreter begrenzter Objekte zum Gegenstand hat, und welche die gemeinsame Vorbedingung für jedes exakte wissenschaftliche Denken bildet – wie dies insbesondere Hilbert in seinen neueren Untersuchungen zur Grundlegung der Mathematik hervorgehoben hat[6].

Diese methodische Loslösung von der Raumanschauung ist nicht gleichzusetzen mit einem Ignorieren des raumanschaulichen Ausgangspunktes der Geometrie. Es ist auch damit nicht die Absicht verbunden – wie es Strohal darstellt – „so zu tun, als ob diese und gerade diese Axiome sich durch irgendeine innere Notwendigkeit zum System der Geometrie zusammengefunden hätten" (S. 131). Vielmehr werden ja geflissentlich die Namen der räumlichen Gebilde und der räumlichen Verknüpfungen für die entsprechenden Gegenstände und Beziehungen des Axiomensystems beibehalten, um den Zusammenhang mit den räumlichen Vorstellungen und Tatsachen zum sichtbaren Ausdruck zu bringen und dauernd gegenwärtig zu erhalten.

Die Unzulänglichkeit der Polemik Strohals zeigt sich insbesondere darin, daß er sich noch künstlich den Anlaß zu einer Einwendung schafft. Beim Referieren über das Verfahren des Nachweises der Widerspruchslosigkeit der geometrischen Axiome erklärt er: „Als Interpretation wählt man zu diesem Zweck z. B. die Begriffe der gewöhnlichen Geometrie; die Hilbertschen Axio-
203*b* me verwandeln sich dadurch in gewisse | Sätze der gewöhnlichen Geometrie, deren Verträglichkeit, d. i. Widerspruchslosigkeit von anderer Seite her be-

6[1] Vgl. insbesondere die Abhandlung „Neubegründung der Mathematik" (*vide* [**?**]).

reits feststeht. Oder man interpretiert die Symbole durch Zahlen oder Funktionen; dann gehen die Axiome in gewisse Beziehungen von Zahlen über, deren Verträglichkeit nach den Gesetzen der Arithmetik festgestellt werden kann“ (S. 127).

Die erste Art der Interpretation hat Strohal selbst hinzugefügt; bei Hilbert steht von einer Interpretation durch die „gewöhnliche Geometrie“ keine Silbe. Strohal scheut sich aber nicht, an diese eigenmächtig hinzugebrachte Erläuterung einen Einwand gegen Hilberts Methode zu knüpfen: „Wenn man etwa die Widerspruchslosigkeit von Hilbertschen Axiomen dadurch beweist, daß man ihre ‚Punkte‘, ‚Geraden‘, ‚Ebenen‘ als die Punkte, Geraden, Ebenen der Euklidischen Geometrie interpretiert, deren Widerspruchslosigkeit feststehe, so setzt man … diese Gebilde als von anderer Seite her definiert voraus“ (S. 130).

Im ganzen gewinnt man den Eindruck, daß Strohal sich gefühlsmäßig gegen die Annahme des Hilbertschen Standpunktes sperrt, aus einem Widerstand gegen die methodische Neuerung, welche der formale Standpunkt der Axiomatik gegenüber der inhaltlich-begrifflichen Einstellung bringt.

Dieses Verhalten zeigt aber Strohal nicht nur gegenüber der Hilbertschen Axiomatik, sondern gegen das meiste, was die neuere Wissenschaft an selbständigen, bedeutsamen Gedanken zu dem behandelten Thema beigesteuert hat. Dieser Geist der Feindseligkeit äußert sich in dem vorliegenden Buch nicht nur durch die Verteilung von Lob und Tadel, sondern noch mehr darin, daß wesentliche Leistungen, Gedanken und Ergebnisse einfach verschwiegen werden. So übergeht Strohal (wie schon früher bemerkt) die berühmte Untersuchung von Helmholtz, die doch im engsten Sinne das vorliegende Thema betrifft, desgleichen auch Kants Lehre von der Raumanschauung, gänzlich mit Stillschweigen. Und was den strengen mathematischen Beweis für die Unabhängigkeit des Parallelenaxioms von den übrigen geometrischen Axiomen betrifft, so stellt Strohal es geradezu so dar, als ob hier noch ein ungelöstes Problem vorläge: „Endgültig geklärt ist die Frage erst, wenn man zeigt, daß eine Konsequenz aus den übrigen Postulaten niemals mit einer Ablehnung des Parallelenpostulates in Kollision geraten *kann*“ (S. 101). Und diese Äußerung ist nicht etwa durch Unkenntnis zu erklären; denn, wie aus anderen Stellen hervorgeht, hat Strohal Kenntnis von Kleins projektiver Maßbestimmung und kennt auch (aus dem Referat von Wellstein) die Poincarésche Darstellung der nichteuklidischen Geometrie durch die Kugelgeometrie im Euklidischen Raum. Die Erklärung liegt vielmehr nur in der oppositionellen Gefühlseinstellung Strohals, der sich dagegen sträubt, die großen Leistungen der neueren Mathematik in ihrer Bedeutung zu würdigen.

So kann ein unkundiger Leser aus Strohals Buch nur ein Zerrbild von der Entwicklung der geometrischen Wissenschaft empfangen. Wer aber über unsere heutige Wissenschaft orientiert ist, dem kann das verunglückte Unternehmen Strohals, in Anbetracht der verschiedenen darin zusammenwirkenden methodischen Tendenzen, zum Anlaß werden, die prinzipiellen Fragen der Axiomatik noch einmal durchzudenken.